

Restchromasie von FH Refraktoren

Definition und Berechnung der Restchromasie basierend auf Daten von Dieter Lichtenknecker

Version : 1.19

Datum : 25.11.2019

Autor : Heiko Wichmann

Inhaltsverzeichnis

Restchromasie von FH Refraktoren.....	1
1 Vorwort.....	2
2 Kurzbeschreibung.....	2
3 Einleitung.....	2
4 Chromatische Aberration.....	3
4.1 Reduktion der Chromatischen Aberration.....	5
5 RC Wert Definition nach Lichtenknecker.....	6
5.1 Motivation.....	6
5.2 RC_{LK} Werte.....	7
5.3 RC Berechnung nach Lichtenknecker.....	8
6 Herleitung der Berechnung des RC-Wertes.....	10
6.1 Definition der Schärfentiefe.....	10
6.2 Schnittweite / Schnittweitendifferenz.....	11
6.3 Definition der Achromasie und Farblängsfehler.....	12
6.4 RC-Werte nach Lichtenknecker und Zeiss.....	14
6.5 Herleitung der Konstante k.....	15
6.6 RC-Werte nach Lichtenknecker.....	15
6.7 RC-Werte für verschiedene FH-Refraktoren.....	16
7 Messung des RC-Wertes.....	17
8 Annex.....	18
8.1 Gleichungen / Referenzen.....	18
8.2 Referenzen.....	19
8.3 Copyright und Lizenzen.....	19

1 Vorwort

Der folgende Artikel ist über mehrere Wochen verteilt entstanden und spiegelt auch meinen persönlichen Kenntnisstand zu diesem speziellen Thema wieder welchen ich mir im wesentlichen auch in dieser Zeit erarbeitet habe. Ich bin ein passionierter Amateurastronom aber ausdrücklich kein Experte für (Teleskop-)Optik. Daher sind alle Fehler, Unrichtigkeiten und Irrtümer auf mich zurück zu führen. Über jegliche Art konstruktiven Feedbacks würde ich mich sehr freuen unter h.wichmann@gmx.net.

2 Kurzbeschreibung

Dieser Artikel erläutert die Chromatische Aberration (Farblängsfehler/Sekundäres Spektrum) von Refraktoren vom Typ Fraunhofer (FH) und beschreibt einen Weg zur objektiveren Beurteilung des Farblängsfehlers verschiedenster FH Refraktoren anhand von RC-Werten (Restchromasie) basierend auf Systematik von Dieter Lichtenknecker.

3 Einleitung

In den 60-iger Jahren des letzten Jahrhunderts hat Dieter Lichtenknecker (LK), [1], ausgebildeter Feinoptiker und Amateurastronom, verschiedenste Objektive für Amateur- und Profi-Astronomen gerechnet und gefertigt, von Fraunhofer (FH) -Objektiven über zweilinsige HA (Halbapochromat) bis hin zu drei- und vierlinsigen Vollapochromaten.

Um den insbesondere bei den FH und HA Objektiven zu erwartenden Farblängsrestfehler (Sekundäres Spektrum) leicht verständlich bewerten und beschreiben zu können hat LK RC-Werte (Restchromasie) für seine Objektive ermittelt und in seinen Katalogen veröffentlicht. Diese Transparenz zum Farblängsrestfehler ist heutzutage bei praktisch allen Herstellern leider nicht mehr gegeben.

In diesem Artikel möchte ich nun einen der möglichen mathematische und messtechnische Wege zur Bestimmung der RC-Werte nach LK für FH-Refraktoren beschreiben einschließlich der sich daraus ergebenden Zusammenhänge und Herleitungen. Die dabei final entwickelte Gleichung für RC-Werte nach LK errechnet bis auf die Nachkommastelle genau die RC-Werte die sich z.B. in den LK Katalogen finden. Dies bedeutet allerdings nicht, dass auch LK diesen Weg beschritten hat, es ist nur eine der möglichen Lösungen. Die Methodik nach der LK vorgegangen ist, ist leider mit seinem Ableben verloren gegangen resp. im Netz nicht dokumentiert.

Die weiter unten beschriebene Methodik ist grundsätzlich übertragbar auf beliebige FH-Refraktoren welche eine Standard Fraunhofer Linsenpaarung analog zu den LK FH-Refraktoren aufweisen. Darüber hinaus kann diese Methodik modifiziert grundsätzlich auch auf bestimmte zweilinsige HA/ED oder APOs angewendet werden sofern die Farbfehlerkurve dieser Objektive nur zwei Nullstellen aufweist, somit für zwei Farben korrigiert wurde, s.u. Diese Objektive zeigen üblicherweise einen „C“ förmigen Verlauf der Farbfehlerkurve. Bei höherwertigen APOs bei denen drei oder mehr Nulldurchgänge der Farbfehlerkurve zu verzeichnen sind („S“ förmiger Verlauf) kann die hier beschriebene einfache Methodik leider nicht mehr angewendet werden.

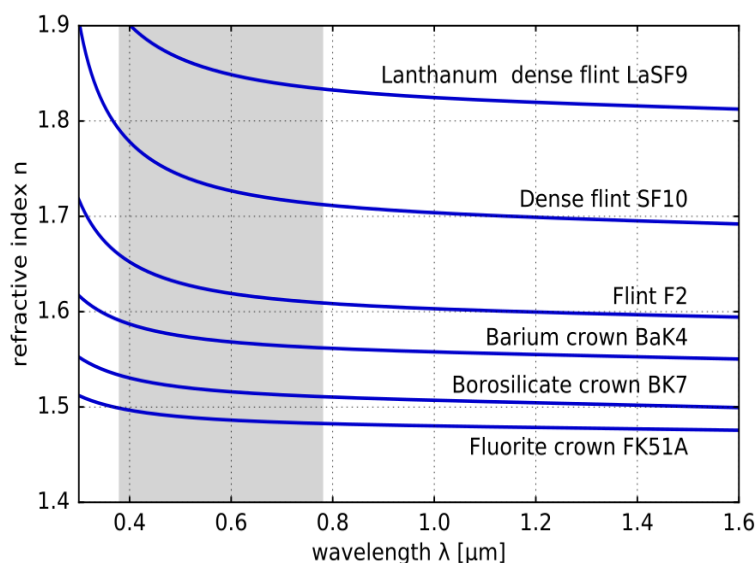
4 Chromatische Aberration

Zur Chromatischen Aberration bei Objektiven tragen grundsätzlich mehrere Komponenten bei, die chromatische Variation des Bildortes (Farblängsfehler), die chromatische Variation der Bildgröße (Farbquerfehler) und die Sphärochromasie. Die beiden letztgenannten sind in der Praxis bei einfachen FH-Refraktoren kaum störend, der Farblängsfehler ist hier i.d.R. dominierend, daher wird im weiteren Verlauf dieses Artikels im Zusammenhang mit der Chromatischen Aberration nur noch der Farblängsfehler betrachtet werden.

Dieser Farblängsfehler wird auch als Sekundäres Spektrum bezeichnet. Die Ursache für den Farblängsfehler ist die Abhängigkeit des Brechungsindex „ n “ eines optischen Glases von der Wellenlänge. Der Brechungsindex für blaues Licht „ n_B “ ist dabei geringfügig größer als für grünes Licht „ n_G “, wobei der Brechungsindex für rotes Licht „ n_R “ nochmals etwas geringer ausfällt.

Fraunhofer Linie	Farbe	Wellenlänge [nm]	Brechungsindex n
F	Blau (B)	486	$n_B = 1,522$
d	Grün (G)	587	$n_G = 1,517$
C	Rot (R)	656	$n_R = 1,514$

– Brechungsindex für BK7 optisches Glas –



– [IMG1] Abhängigkeit des Brechungsindex n von der Wellenlänge für verschieden Gläser –

Durch diesen wellenlängenabhängigen Brechungsindex haben einfache Linsen keine gemeinsamen Brennpunkt für alle Farben sondern eine wellenlängenabhängige Brennweite. Dies entspricht dem Farblängsfehler/Sekundären Spektrum.

Die unterschiedlichen Brechungsindizes eines optischen Glases werden miteinander verknüpft zur sog. Abbeschen Zahl v_e (4-1) welche das Sekundäre Spektrum eines Glases beschreibt. Zur Ermittlung des Sekundären Spektrums werden standardisierte Wellenlängen verwendet.

Fraunhofer Linie	Farbe	Wellenlänge [nm]
F'	Blau (B)	480
n _e	Grün (G)	546
C'	Rot (R)	644

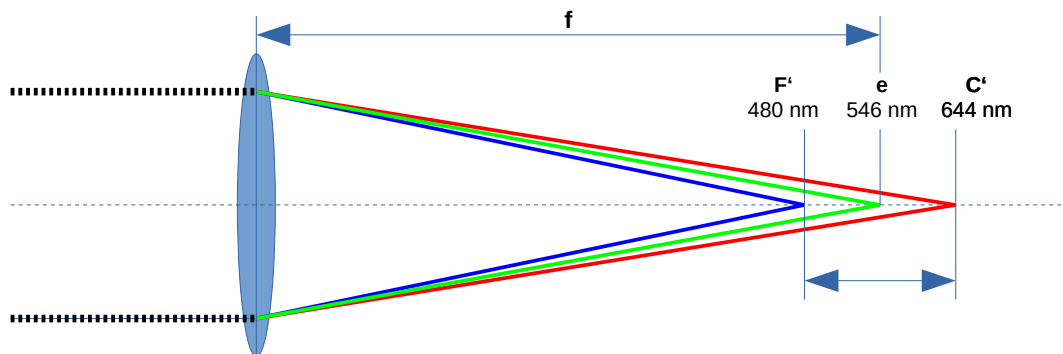
– Referenzwellenlängen für optische Instrumente nach ISO 7944 –

$$v_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}} \quad (4-1)$$

Definitionen :

n - Brechungsindex [-]

v - Abbesche Zahl [-]



– [IMG2] Prinzip der Chromatischen Aberration / Farblängsfehler –

Die Abbesche Zahl liegt üblicherweise in einem Bereich zwischen 25..95. Krongläser haben dabei Werte von über 50 während Flintgläser unter 50 liegen.

Beispiele :

Das Schott Kronglas N-BK7 hat laut Katalog folgende Brechungsindizes :

$$n_e = 1,51872 \quad n_{F'} = 1,52283 \quad n_{C'} = 1,51472$$

Die Abbesche Zahl berechnet sich dann zu $\rightarrow v_e = 63,96$

Das Schott Flintglas N-F2 hat laut Katalog folgende Brechungsindizes :

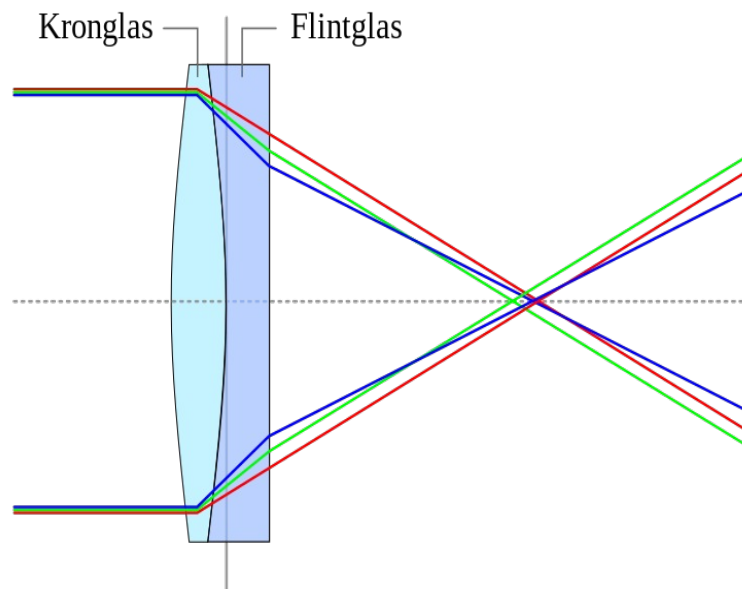
$$n_e = 1,62408 \quad n_{F'} = 1,63310 \quad n_{C'} = 1,61584$$

Die Abbesche Zahl berechnet sich dann zu $\rightarrow v_e = 36,16$

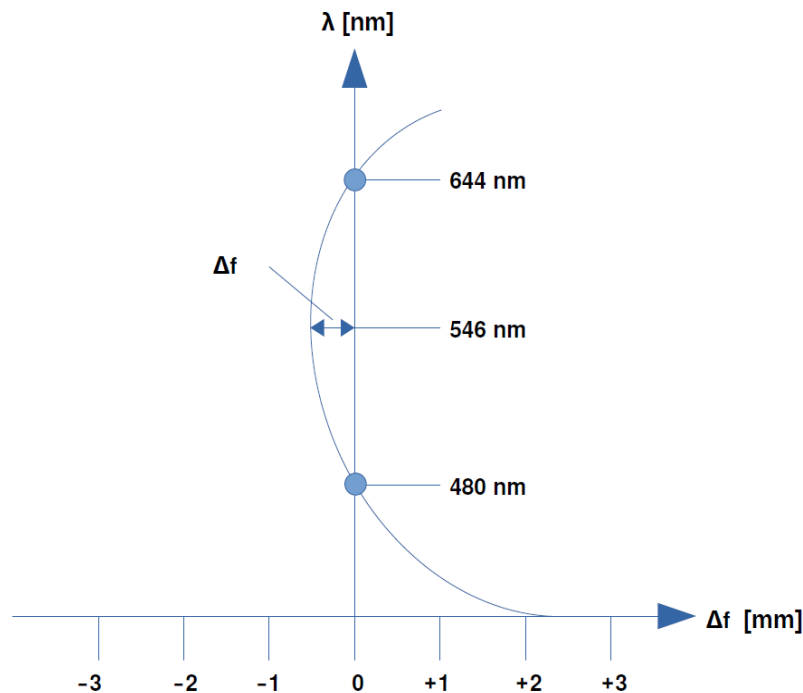
4.1 Reduktion der Chromatischen Aberration

Der Farblängsfehler kann im einfachsten Fall durch die Kombination zweier geeigneter Linsentypen stark reduziert werden. Bei diesen Objektiven gelingt die Korrektur des Farblängsfehlers für zwei Farben. Diese Objektivtypen werden Achromate oder Dichromate genannt. Die bekanntesten Vertreter sind die Fraunhofer (FH) Achromate welche aus einer positiven Bikonvexlinse aus Kronglas (BK7) und aus einer negativen Linse schwacher Brechkraft z.B. Flintglas (F2) bestehen. Die Gesamtbrechkraft dieser Kombination ist nach wie vor positiv und der Farblängsfehler ist für zwei Farben (Blau und Rot) korrigiert.

Somit sind in der Farbfehlerkurve von FH-Objektiven zwei Nulldurchgänge zu beobachten, einer für blaues und einer für rotes Licht. Bei grünem Licht ist die Schnittweite resp. der Farblängs(rest)fehler des Objektives ersichtlich, in dem Beispiel unten 0,5 [mm] welcher typisch ist e.g. für einen 100/1000 [mm] FH Refraktor. Der verbleibende Farblängsrestfehler von FH-Objektiven kann über die Restchromasie (RC) einfach ausgedrückt werden.



– [IMG3] Achromatisches Objektiv (Typ Fraunhofer) –



– [IMG4] Schematischer Verlauf des Farblängsfehlers/Farbfehlerkurve in Abhängigkeit von der Wellenlänge für ein achromatisches Objektiv –

5 RC Wert Definition nach Lichtenknecker

5.1 Motivation

In meinem Fundes befinden sich alte Kataloge von LK und vom Kosmos Verlag (Kosmos Astrogeräte) aus den Zeiten wo Lichtenknecker Optiken auch über den Kosmos Verlag vertrieben wurden. Beide Kataloge sind von Anfang/Mitte der 80-ziger Jahre. Die in diesen Katalogen publizierten RC Werte welche die Restchromasie der verschiedenen Optiken von Lichtenknecker beschreiben waren immer sehr hilfreich bei der Beurteilung des zu erwartenden Sekundären Spektrums insbesondere von FH-Refraktoren.

Die RC-Werte wurden von LK auf Basis einer leider verschollen gegangenen Methodik ermittelt und beschreiben das zu erwartende Sekundäre Spektrum der verschiedenen Objektive grundsätzlich und im Allgemeinen. Diese RC Werte sind eine ideale gute Näherung und geben fundierte und objektive Hinweise zu den jeweiligen Sekundäre Spektren der Objektive. Wird allerdings ein exakter RC Wert für ein bestimmtes Objektiv gewünscht ist die Ermittlung am Messplatz unumgänglich.

Leider beziehen sich die in den Katalogen berechneten RC Werte nur auf bestimmte D/N Objektive und die Ergebnisse sind nicht immer unmittelbar übertragbar auf andere aktuelle FH Objektive. Somit habe ich mich auf die Suche gemacht nach einem mathematischen Zusammenhang basierend auf den Daten von LK mit der auch zuverlässig RC Werte anderer Objektive errechnet werden können.

5.2 RC_{LK} Werte

Das Sekundäre Spektrum eines FH-Objektives steigt mit zunehmenden Objektivdurchmesser und steigt mit abnehmender Brennweite. Somit errechnet sich der RC Wert von FH-Refraktoren grundsätzlich aus dem Quotienten der Öffnung des Objektives zur Öffnungszahl multipliziert mit einer Konstanten **k** welche das Sekundäre Spektrum der Objektivtyps beschreibt. Der berechnete RC-Wert gilt zunächst grundsätzlich nur für eine AP von 1 mm. Die (effektiven) RC-Werte für andere AP werden basierend auf den RC-Wert für eine AP von 1 mm ermittelt.

$$RC_{AP1} = \frac{D}{N} \cdot k \quad (5-1)$$

$$RC_{eff} = \frac{RC_{AP1}}{AP} \quad (5-2)$$

Definitionen :

RC _{AP1}	- Restchromasie nach Lichtenknecker für eine AP = 1 mm	[-]
RC _{eff}	- Restchromasie nach Lichtenknecker für eine beliebige AP	[1/mm]
D	- Durchmesser des Objektives in	[mm]
N	- Öffnungszahl der Optik	[-]
k	- Konstante	[1/mm]
AP	- Austrittspupille	[mm]

Anmerkung:

Die Öffnungszahl eines Fernrohres ist nach (5-3) definiert, die Austrittspupille kann nach (5-4) bestimmt werden.

$$N = \frac{f}{D} \quad (5-3)$$

$$AP = \frac{D}{V} \quad (5-4)$$

Definitionen :

f	- Brennweite des Objektives	[mm]
V	- Vergrößerung	[-]

Die effektiven RC-Werte für unterschiedliche Austrittspupillen können noch auf komfortablere Weise errechnet werden indem Gleichung (5-4) in (5-2) eingesetzt wird (→ 5-5) und anschließend noch Gleichung (5-1) angewendet wird (→ 5-6).

$$RC_{eff} = \frac{RC_{AP1} \cdot V}{D} \quad (5-5)$$

→

$$RC_{eff} = \frac{V}{N} \cdot k \quad (5-6)$$

5.3 RC Berechnung nach Lichtenknecker

Die Objektivtyp-abhängigen Faktoren k die in die Berechnung der RC-Werte von Lichtenknecker eingehen wurden in Abhängigkeit der Objektivtypen anhand der Katalogdaten von Lichtenknecker und Kosmos-Astrogeräte empirisch ermittelt. Die gefundenen Faktoren wurden anhand der Daten der Lichtenknecker Kataloge verifiziert.

$k_{FH} : 0,915$	FH	(Fraunhofer Objektive, Ø aus 110, 125, 150, 175 und 200 mm LK FH Objektive)
$k_{HA} : 0,501$	HA	(Lichtenknecker HA-Objektive, Wert aus kompletter Tabelle ermittelt)
$k_{VA} : 0,085$	VA	(Drei-Linsige Voll-Apochromaten f/15, Wert aus kompletter Tabelle ermittelt)
$k_{VAS} : 0,026$	VAS	(Vier-Linsige Voll-Apochromaten f/15, Wert aus kompletter Tabelle ermittelt)

Somit ergeben sich folgende Definitionen für RC-Werte nach Lichtenknecker für eine AP von 1 mm wobei der Objektdurchmesser D in [mm] anzugeben ist :

FH	HA	VA	VAS
$RC_{FH} = \frac{D}{N} \cdot 0,915$	$RC_{HA} = \frac{D}{N} \cdot 0,501$	$RC_{VA} = \frac{D}{N} \cdot 0,085$	$RC_{VAS} = \frac{D}{N} \cdot 0,026$

(5-7)

Beispiel:

LK FH-Refraktor 110 mm mit $N=13,64$ ($f=1500$ mm). RC-Werte nach (5-6) für Vergrößerungen 50x, 100x, 150x und 250x, Gegenüberstellung der errechneten RC-Werte zu den LK Katalogwerten.

Vergrößerung	50	100	150	250
RC-Werte LK Katalog	3,36	6,73	10,07	16,98
RC-Werte nach (5-6)	3,35	6,71	10,06	16,78

Für die Beurteilung der berechneten RC-Werte definierte Lichtenknecker ursprünglich die folgenden Bereiche :

RC Wertebereich	Beurteilung der Restchromasie
0..3	Hervorragende Abbildung (Apochromasie)
3..6	Sehr gute Abbildung
6..12	Gute Abbildung
12..20	Brauchbare Abbildung

Laut den Katalogen fielen die VA und VAS Objektive (Voll-APOs) in den Wertebereich 0..3, die HA Objektive (Halb-APO) in den Bereich > 3,7 und FH-Objektive in den Bereich > 5, je nach Öffnungsverhältnis für eine AP von 1 [mm].

Grundsätzlich kann die o.g. Definition im Zusammenhang mit den Daten des Lichtenknecker Katalogs auch heran gezogen werden um anhand des RC-Wertes zw. Apochromaten, (aktuellen) Halb-Apochromaten und FH Objektiven zu unterscheiden. Laut Katalog haben alle VA und VAS Objektive bei f/15 einen RC_{AP1} von unter 1,5. HA Objektive haben bei N=15 RC Werte von 3,7 aufwärts jeweils für eine AP von 1 [mm]. Der Apochromasie Bereich wurde ursprünglich für einen RC Wertebereich von 0..3 angegeben, daraus könnte folgende zeitgemäßere Definition entwickelt werden :

RC_{AP1} Wertebereich (Lichtenknecker)	RC_{AP1} Wertebereich (Zeiss/Laux)	Beurteilung der Apochromasie
0 .. 2	0 .. 1	(Voll-) APO
2 .. 4	1 .. 2	Halb-APO / ED
4 .. 20	2 .. 10	FH/Achromat

Anmerkung:

Die RC-Werte nach Zeiss/Laux werden mit einer anderen Methodik ermittelt und sind je nach Variante um den Faktor 2 kleiner als die RC-Werte nach Lichtenknecker, Details dazu weiter unten.

6 Herleitung der Berechnung des RC-Wertes

Im folgenden Kapitel soll der empirisch gefundenen Konstanten „k“ auf den Grund gegangen werden. Dazu ist zunächst die Definition und das Verständnis der wellenoptischen Schärfentiefe notwendig. Anschließend kann die Definition der Konstanten „k“ ermittelt werden.

6.1 Definition der Schärfentiefe

Die Rayleighsche Schärfentiefe [3] ist der Bereich innerhalb dessen sich die Abbildungsgröße nicht ändert, d.h. konstant dem kleinstmöglichen beugungsbegrenzten Wert entspricht. In einem ersten Schritt zur Schärfentiefe ist der kleinstmögliche beugungsbegrenzte Wert zu definieren, dieser entspricht dem Durchmesser des Beugungsscheibchens auch Airy-Disc :

$$D_{Airy} = \frac{1,22 \cdot \lambda}{NA} \quad (6-1)$$

oder

$$D_{Airy} = 2,44 \cdot \lambda \cdot N \quad (6-2)$$

Definitionen :

NA	- Numerische Apertur	[-]
λ	- Wellenlänge	[m]

Beispiel :

Durchmesser der Airy-Disc für ein Objektiv 100 mm / 1000 (N=10) mm für die Wellenlänge 546 [nm] unter Zuhilfenahme von (6-1) :

$$D_{Airy} = 13,32 \text{ } [\mu\text{m}]$$

Die Schärfentiefe **T** kann nun auf verschiedene Weise ermittelt werden, z.B. über den Aperturwinkel α des Objektivs oder die Numerische Apertur :

$$T = \frac{\lambda}{2 \cdot n \cdot \sin^2(\alpha)} \quad (6-3)$$

$$T = \frac{\lambda}{2 \cdot NA^2} \quad (6-4)$$

Die Schärfentiefe T kann durch Ersetzen der Numerischen Apertur NA auch wie folgt ermittelt werden :

$$(6-4) \quad + \quad NA \approx \frac{1}{2 \cdot N} \quad (6-5) \quad \rightarrow \quad T = 2 \cdot \lambda \cdot N^2 \quad (6-6)$$

Üblicherweise wird für die Berechnung der Schärfentiefe grünes Licht der Wellenlänge 546 [nm] (e-Linie) heran gezogen.

Beispiel :

Schärfentiefe für ein 100 mm / 1000 mm (N=10) Objektiv.

Bestimmung über (14) - Der Aperturwinkel α des Objektives errechnet sich aus Tangens $D/2$ zu der Brennweite f .

$$\alpha = \arctan\left(\frac{D/2}{f}\right) \quad \alpha = 2,8624^\circ$$

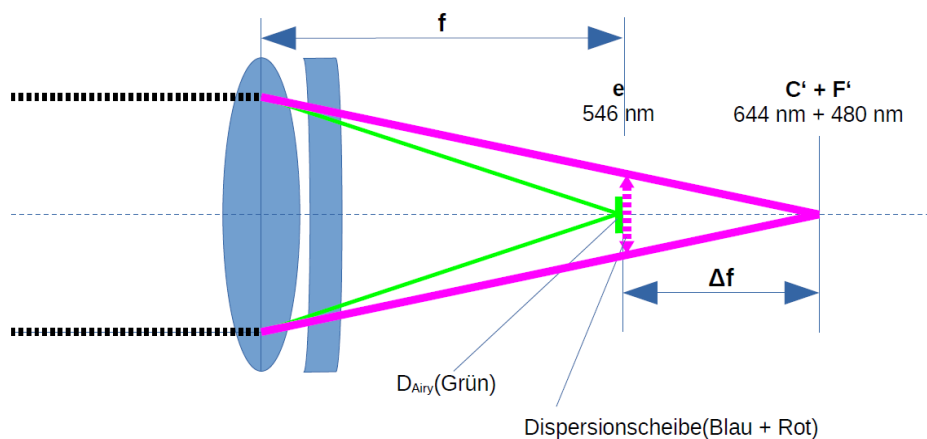
Der Brechungsindex von Luft ist $n=1$, somit ergibt sich die Schärfentiefe T über (13) zu :

$$T = \frac{546 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot \sin^2(2,8624^\circ)} \quad T = 109,47 \text{ } [\mu\text{m}]$$

Dasselbe Ergebnis erhält man auch bei Verwendung der Gleichungen (6-4) und (6-6) die einfacher anzuwenden sind.

6.2 Schnittweite / Schnittweitendifferenz

Jede Glaspaarung für Objektive hat eine definierte Schnittweitendifferenz (Δf) welche den Abstand der Brennpunkte zw. grünem Licht ($n_e = 546 \text{ nm}$) und dem roten/blauen Licht ($C' = 644 \text{ nm} / F' = 480 \text{ nm}$) beschreibt und somit das Sekundäre Spektrum. Die Schnittweitendifferenz wird auch als Δf bezeichnet.



– [IMG5] Schnittweitendifferenz Δf /SWD an einem Achromaten –

Die Schnittweitendifferenz Δf und die Brennweite des Objektives sind über den Faktor SP miteinander verknüpft (6-7) wobei SP das Sekundäre Spektrum des Objektives resp. der Glaspaarung charakterisiert. SP liegt für FH Objektive üblicherweise bei 1700..2000.

SP ist hierbei der Kehrwert der Steigung einer Geraden einer gewählten Glaspaarung aus dem Abbe-Diagramm welches die relative Teildispersion (y) vs. Abbezahl (x) darstellt, siehe auch [2].

$$\Delta f = \frac{f}{SP} \quad (6-7) \quad \rightarrow \quad f = \Delta f \cdot SP \quad \rightarrow \quad SP = \frac{f}{\Delta f}$$

6.3 Definition der Achromasie und Farblängsfehler

Bei Objektiven nach Fraunhofer muss die Bedingung der Achromasie erfüllt sein. Diese ist wie folgt definiert :

$$v_1 \cdot f_1 + v_2 \cdot f_2 = 0 \quad (6-7)$$

Hierbei ist v_1 die Abbesche Zahl des Kronglases, f_1 seine Brennweite und v_2 die des Flintglases nebst der negativen Brennweite f_2 desselben.

Der brennweitenunabhängige Farblängsfehler eines zweilinsigen achromatischen Linsenpaares errechnet sich grundsätzlich zu :

$$m = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{v_1 - v_2} \quad (6-8)$$

Der Farblängsfehler ist hierbei die Steigung der Normalgeraden im Abbeschen Diagramm. v_1 und v_2 sind hierbei die Abbeschen Zahlen der beteiligten Gläser, Kron- und Flintglas. ϑ_1 und ϑ_2 die Teildispersionen der beiden Gläser.

Die Teildispersion eines Glases errechnet sich wiederum aus den Brechungsindizes ähnlich wie die Abbesche Zahl :

$$\vartheta_{F',e} = \frac{n_{F'} - n_e}{n_{F'} - n_{C'}} \quad (6-9)$$

Der brennweitenabhängige Farblängsfehler/Sekundäres Spektrum wird nun mittels (6-8) errechnet multipliziert mit der Brennweite in [mm].

$$\Delta f = -m \cdot f \quad (6-10)$$

Definitionen :

Δf	- Brennweitenabhängiger Farblängsfehler	[mm]
m	- Farblängsfehler/Steigung	[-]
f	- Brennweite	[mm]

Beispiel : Farblängsfehler für ein 100 mm / 1000 mm (N=10) Objektiv.

1. Teildispersion (6-9) für Kronglas aus den Katalogdaten aus Kapitel 4 :

$$\vartheta_1 = \frac{1,52283 - 1,51872}{1,52283 - 1,51472} = 0,507$$

2. Teildispersion (6-9) für Flintglas aus den Katalogdaten aus Kapitel 4 :

$$\vartheta_2 = \frac{1,63310 - 1,62408}{1,63310 - 1,61584} = 0,523$$

Der brennweitenunabhängige Farblängsfehler (6-8) berechnet sich dann mit den Abbeschen Zahlen aus Kapitel 4 wie folgt :

$$m = \frac{0,507 - 0,523}{63,96 - 36,16} = -575 \cdot 10^{-6}$$

Das brennweitenabhängige sekundäre Spektrum (6-10) ist dann :

$$\Delta f = 575 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 [mm] = \underline{0,575 [mm]}$$

$$\text{mit } SP = \frac{f}{\Delta f} \quad \rightarrow \quad SP = \frac{1000 [mm]}{0,575 [mm]} = \underline{1740}$$

Der RC Wert nach Lichtenknecker errechnet sich nun wie folgt :

$$RC_{LK} = 2 \cdot \frac{\Delta f}{T} \quad RC_{LK} = 2 \cdot \frac{0,575}{0,1095} = 10,5$$

6.4 RC-Werte nach Lichtenknecker und Zeiss

Der RC-Wert ist dann grundsätzlich definiert zum Quotienten aus der Schnittweitendifferenz Δf zu der Schärfentiefe T . Üblicherweise werden RC-Werte (Zeiss/Laux) nach (6-11) berechnet.

$$RC = \frac{\Delta f}{T} \quad (6-11)$$

Lichtenknecker hat seine RC-Werte offensichtlich etwas anders berechnet, siehe unten. Die oben berechneten RC-Werte sind mit 2 (zwei) zu multiplizieren um die RC-Werte von Lichtenknecker (6-12) zu erhalten.

$$RC_{LK} = 2 \cdot \frac{\Delta f}{T} \quad (6-12)$$

Ungeklärt ist die Frage warum in den RC Werten von LK der Faktor 2 eingeht. Im Netz wurde spekuliert ob LK schlicht mit der doppelten Schnittweitendifferenz gerechnet hatte. Eine andere rein spekulative Antwort auf den Faktor ,2' in der RC Gleichung die mir spontan einfiel ist die folgende :

Dieter Lichtenknecker ersann mit seinem RC Wert einen für Kunden einfach verständlichen Parameter analog zur Brennweite, Öffnungszahl usw. welcher die Restchromasie seiner Objektive beschreibt ohne dass die Kunden Hintergrundwissen zu dieser Thematik benötigen.

Das Standard-Fernrohr der 60-80-ziger Jahre für passionierte Amateurastronomen, vor der Einführung von SCs, Dobsons und billigen schnellen FH-Refraktoren aus China, war auf dem Kontinent der 100 mm F/15 FH Refraktor. Man könnte diesen somit quasi als *Norm-Refraktor* dieser Epoche bezeichnen. Dieser (Norm-)Refraktor hat bis zu einer AP=0,5 mm (V=200) bekanntermaßen eine gerade noch gute Abbildung im Hinblick auf das Sekundäre Spektrum.

Diese bei diesem (Norm-) Refraktor bei einer AP von 0,5 [mm] sichtbare Restchromasie kann man zu 12 definieren (gerade noch gute Abbildung) und stellt somit die Obergrenze für eine gerade noch gute Abbildungsqualität da. Gemäß der o.g. Berechnungsmethodik (6-11) sind die berechneten RC-Werte initial aber nur halb so groß, werden die RC-Werte allerdings mit dem Faktor 2 (zwei) multipliziert (6-12) erreicht man fast exakt den gewünschten Wert, in diesem Fall 12(,2) bei einer AP=0,5 mm.

Warum aber gerade 12 als max. RC-Wert für eine gerade noch gute Abbildung und nicht 6 wie bei Zeiss/Laux? Auch hier kann nur spekuliert werden. Die Zahl ,12' hat für Menschen historisch einen besonderen Stellenwert, das fängt damit an, dass der Tag und die Nacht jeweils 12 Stunden haben, das Jahr sich in 12 Monate unterteilt, die 12 Stämme Israels aus der Bibel, 12 Tierkreiszeichen, 12 ist ein Dutzend, 12 Geschworene entscheiden in Gerichten in den USA usw. usf. Mglw. war es hier einfach naheliegend auch für den maximalen RC-Wert 12 zu definieren.

6.5 Herleitung der Konstante k

In Kapitel 5 wurde die Konstante zur Berechnung der RC-Werte nach Lichtenknecker für FH-Refraktoren empirisch aus Katalogdaten ermittelt. Hier soll nun der Hintergrund dieser Konstanten erläutert werden.

k_{FH} : 0,915 FH (Fraunhofer Objektive, Ø aus 110, 125, 150, 175 und 200 mm LK FH Objektive)

$$RC_{LK} = \frac{D}{N} \cdot k \quad (5-1) \quad RC_{LK} = \frac{2 \cdot f}{SP \cdot T} \quad (6-7) + (6-12) \quad | \quad \text{gleichsetzen und umstellen}$$

$$k = \frac{2 \cdot f \cdot N}{SP \cdot T \cdot D} \quad | \quad \text{mit } T = 2 \cdot \lambda \cdot N^2$$

$$k = \frac{2 \cdot f \cdot N}{SP \cdot 2 \cdot \lambda \cdot N^2 \cdot D} \rightarrow k = \frac{f}{SP \cdot \lambda \cdot N \cdot D} \quad | \quad \text{mit } N = \frac{f}{D}$$

$$k = \frac{f \cdot D}{SP \cdot \lambda \cdot f \cdot D} \rightarrow \boxed{k = \frac{1}{SP \cdot \lambda}} \quad (6-13)$$

Berechnung der Konstante k_{FH} für RC-Werte von Lichtenknecker :

$$\boxed{k_{FH} = \frac{1}{2000 \cdot 546 \cdot 10^{-9}} = 916 \left[\frac{1}{m} \right] = 0,916 \left[\frac{1}{mm} \right]}$$

6.6 RC-Werte nach Lichtenknecker

Mit dem Ergebnis aus (6-10) können die Gleichungen zur Berechnung der RC-Werte nach Lichtenknecker für eine AP = 1 [mm] (5-1) und effektive RC-Werte für beliebige APs (5-6) final neu definiert werden :

$$\boxed{RC_{AP1} = \frac{D}{N \cdot SP \cdot \lambda}} \quad (6-14)$$

$$\boxed{RC_{eff} = \frac{V}{N \cdot SP \cdot \lambda [m] \cdot 1000}}$$

$$\boxed{RC_{eff} = \frac{V}{N \cdot SP \cdot \lambda [mm]}} \quad (6-15)$$

D - Objektivdurchmesser [m]

N - Öffnungszahl [-]

V - Vergrößerung [-]

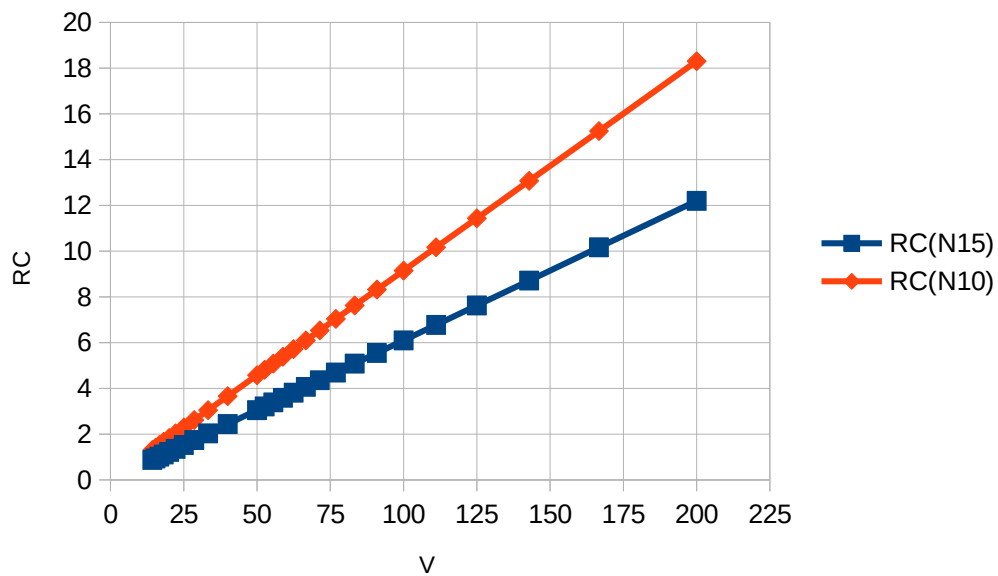
λ - Wellenlänge [m] $\rightarrow \lambda = 546 \cdot 10^{-9} [m]$

SP - Sekundäre Spektrum des verwendeten Objektiv-Typs $\rightarrow FH = 1700..2000$

Anm.: - Faktor 1000 in (6-12) da (5-6) auf Basis [mm], alternativ λ in [mm] angeben, dann fällt 1000 weg.

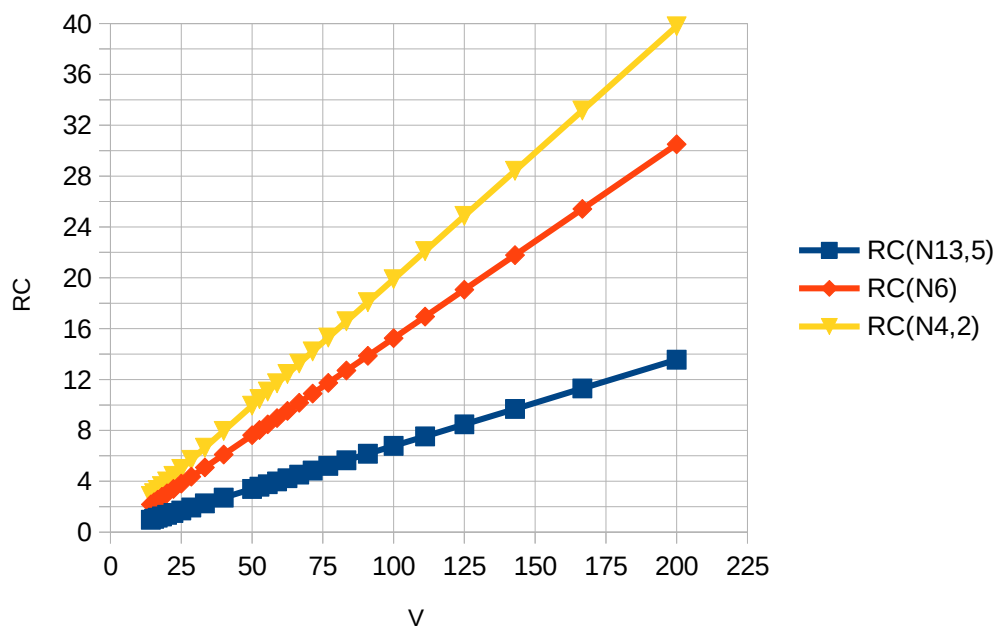
6.7 RC-Werte für verschiedene FH-Refraktoren

LK RC-Werte für FH 100 N10 und N15



– [IMG6] RC_{LK} Werte für 100 mm - $\emptyset f=1000$ mm und $f=1500$ mm –

LK RC-Werte für FH 100 N13,5, N6 und N4,2



– [IMG7] RC_{LK} Werte für 100 mm $\emptyset$ - $f=1350$ mm, $f=600$ mm und $f=420$ mm –

7 Messung des RC-Wertes

Für die Messung des RC-Wertes eines FH-Refraktors sind entsprechende Lichtquellen der o.g. Referenzwellenlängen notwendig welche dem Amateur üblicherweise nicht zur Verfügung stehen.

In [4] wurde allerdings vorgeschlagen den RC-Wert mittels einfacher Farbfilter zu ermitteln. Wie genau (oder ungenau) die ermittelten RC-Werte sind kann ich nicht sagen, da ich dieses Verfahren nie angewendet habe. Die Wiedergabe hier erfolgt nur der Vollständigkeit halber.

Hier eine kurze Beschreibung des Verfahrens basierend auf [4] aber angepasst für RC-Werte nach Lichtenknecker :

Mittels eines Farbfiltersatzes für die Planetenbeobachtung kann der Fokus für drei verschiedenen Farben (blau, grün und rot) ermittelt werden. Für die Farbfilter sollten idealerweise die Transmissionskurven vorliegen.

Sehr von Vorteil sind Mikrofokussierer, anhand des Drehwinkels zwischen den verschiedenen farbabhängigen Fokuslagen können die linearen Fokusdifferenzen zw. den verschiedenen Farben recht genau ermittelt werden.

Die Messung kann an einem (weißen) Stern vorgenommen werden oder auch an einem künstlichen Stern. Die Filter sollten dabei nicht in das Okular eingeschraubt werden sondern nur auf das Okular gelegt werden. Jede Entnahme des Okulars bzw. Toleranzen in den Filterfassungen könnten das Messergebnis verfälschen.

Liegen die Messergebnisse vor kann der RC-Wert nach (6-9) berechnet werden.

Beispiel:

Ein 100 mm / 1000 mm hat knapp 110 μm Schärfentiefe. Die gemessenen Fokusdifferenzen zu grünem Licht sind für rot $\Delta f_r = 230 \mu\text{m}$ und für blau $\Delta f_b = 260 \mu\text{m}$. Der RC-Index nach Lichtenknecker berechnet sich dann zu :

$$RC_{LK} = 2 \cdot \left(\frac{|\Delta f_r| + |\Delta f_b|}{T} \right) \quad (7-1) \quad \rightarrow \quad RC_{LK} = 2 \cdot \left(\frac{230 \mu\text{m} + 260 \mu\text{m}}{109 \mu\text{m}} \right) \quad \Rightarrow \quad RC_{LK} = 9,0$$

8 Annex

8.1 Gleichungen / Referenzen

(4-1)	ISO7944
(5-1)	HWI
(5-2)	Lichtenknecker
(5-3)	N/A
(5-4)	N/A
(5-5)	HWI (basierend auf Lichtenknecker)
(5-6)	HWI
(6-1)	Uwe Laux - Astrooptik
(6-2)	Jean Texereau – How to Make a Telescope, abgeleitet aus (4)
(6-3)	https://de.wikipedia.org/wiki/Sch%C3%A4rfentiefe#Wellenoptische_Sch%C3%A4rfentiefe
(6-4)	Uwe Laux - Astrooptik
(6-5)	Uwe Laux - Astrooptik
(6-6)	HWI
(6-7)	N/A
(6-8)	N/A
(6-9)	HWI
(6-10)	HWI
(6-11)	HWI – Finale Gleichung
(6-12)	HWI – Finale Gleichung
(7-1)	Basiert auf 6-9

8.2 Referenzen

- [1] www.astrotech-hannover.de/amateurteleskope/downloads/lichtenknecker.pdf
(Lizenz : <http://www.astrotech-hannover.de/amateurteleskope/#copyright>)
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Abbe_number#Abbe_diagram
- [3] https://de.wikipedia.org/wiki/Sch%C3%A4rfentiefe#Wellenoptische_Sch%C3%A4rfentiefe
- [4] <https://www.sternfreunde-muenster.de/pdf/sterntestTeleskop.pdf>

8.3 Copyright und Lizenzen

Dieses Dokument wurde veröffentlicht basierend auf der Creative Commons Lizenz CC-BY-SA.

Copyright (C) 2019 CC-BY-SA 4.0 - <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Einige Bilder wurden basierend auf alternativen Lizenzen veröffentlicht und in dieses Dokument übernommen.

HWI : Heiko Wichmann/Autor

Bild	Quelle	Lizenz/Copyright
[IMG1]	https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mplwp_dispersion_curves.svg	Geek3 [CC BY-SA 4.0]
[IMG2]	HWI	CC-BY-SA 4.0
[IMG3]	https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Achromat_de.svg	Andreas 06 [Public domain]
[IMG4]	HWI	CC-BY-SA 4.0
[IMG5]	HWI	CC-BY-SA 4.0
[IMG6]	HWI	CC-BY-SA 4.0
[IMG7]	HWI	CC-BY-SA 4.0

– end of document –